www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

| سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
|---|---|---|---|
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳ | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | | اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|---|---|---|
| ۱ | با استفاده از استقرای ریاضی ثابت کنید : $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+.....+\frac{۱}{۲^n}=۱-\frac{۱}{۲^n} \quad (n\in N)$ | ۱/۵ |
| ۲ | اگر $x$ و $y$ دو عدد حقیقی باشند ، ثابت کنید : $x^۲+y^۲\geq ۲(x+y-۱)$ | ۱ |
| ۳ | می‌دانیم $\sqrt{۳}$ عدد گنگ است ثابت کنید عدد $۱+\sqrt{۳}$ گنگ است. (برهان خلف) | ۱/۲۵ |
| ٤ | از ۸۰۰ نفر دانش آموزان یک مدرسه حداقل چند دانش آموز در یک روز سال متولد شده اند ؟ چرا ؟ ( سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.) | ۱ |
| ۵ | با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید که اگر ۷ برابر یک عدد زوج را با یک عدد فرد جمع کنیم حاصل همواره عددی فرد است . | ۰/۷۵ |
| ٦ | با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید : $(A\cup B)-(B\cup C)=(A-B)-C$ | ۱/۷۵ |
| ۷ | اگر $A=\{۴^x \mid x\in z \ و \ -۱\leq x\leq ۱\}$ و $B=\{x \mid x\in z \ و \ x^۲\leq ۳\}$ ، عضوهای مجموعه‌ی $A\times B-A^۲$ را مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید. | ۱/۵ |
| ۸ | رابطه‌ی $R$ روی $R^۲$ به صورت رو به رو تعریف شده است. $(x,y)R(z,t)\Leftrightarrow x^۳-t^۲=z^۳-y^۲$<br>الف) ثابت کنید $R$ یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب ) کلاس هم ارزی $[(-۲,۳)]$ را مشخص کنید. | ۱/۷۵ |
| ۹ | نمودار رابطه‌ی $R=\{(x,y)\in R^۲ \mid \|x\|\leq ۱ , \|y\|\leq ۱\}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید . | ۰/۵ |
| | « ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم » | |

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

| سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه |
|---|---|---|---|
| سال سوم آموزش متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳ | |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | | اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی | |

| ردیف | سؤالات | نمره |
|---|---|---|
| ۱۰ | سکه ای را پرتاب می کنیم اگر رو بیاید آنگاه تاس را می ریزیم و اگر پشت بیاید، سکه را دوبار دیگر پرتاب می کنیم<br>مطلوب است تعیین :<br>الف) فضای نمونه ای این پیشامد.<br>ب) پیشامد $A$ که در آن دقیقاً یک بار سکه رو بیاید.<br>ج) پیشامد $B$ به طوری که حداقل دوبار ظاهر شدن پشت در پرتاب سکه را نشان دهد.<br>د) $A \cap B'$ | ۲ |
| ۱۱ | ۳ لامپ را از میان ۱۵ لامپ که ۵ عدد آنها بدون هیچگونه آثار خارجی معیوب می باشد انتخاب می کنیم تعیین کنید<br>احتمال اینکه :<br>الف ) هیچکدام معیوب نباشند. ب) فقط یکی از لامپ ها معیوب باشد. | ۱ |
| ۱۲ | تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال آمدن عددهای فرد پنج برابر احتمال آمدن عددهای زوج است احتمال آمدن هر کدام از اعداد را حساب کنید . | ۱/۵ |
| ۱۳ | نقطه‌ی $(x,y)$ را درون دایره $\{(x,y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \le 4\}$ به تصادف انتخاب می‌کنیم احتمال اینکه نقطه‌ی مورد نظر در $\{(x,y) \in R^2 \mid x^2+y^2 \le 1\}$ باشد را تعیین کنید . | ۱/۵ |
| ۱۴ | سکه سالمی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که ۷ بار رو بیاید . | ۰/۵ |
| ۱۵ | برای دو پیشامد $A$ و $B$ از فضای نمونه ای $S$ ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$ | ۱ |
| ۱۶ | اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ باشند مطلوب است محاسبه:<br>الف) $P(B)$ ب) $P(B-A)$<br>« موفق باشید » | ۱/۵ |
| | جمع نمره | ۲۰ |

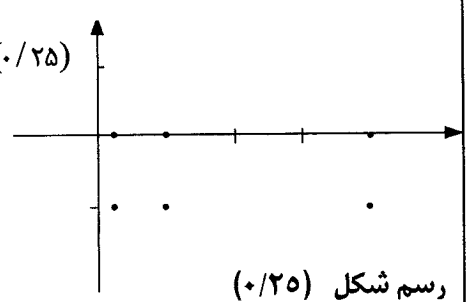


www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

| | |
|---|---|
| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی و فیزیک |
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی |

| ردیف | راهنمای تصحیح |
|---|---|
| ۱ | $\left\{P(1):\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\right.$ (۰/۲۵) $\quad P(K):\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots\dots+\frac{1}{2^K}=1-\frac{1}{2^K}$ (۰/۲۵)<br>حکم استقرا $P(K+1):\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\dots\dots+\frac{1}{2^K}+\frac{1}{2^{K+1}}=1-\frac{1}{2^{K+1}}$ (۰/۵)<br>$1-\frac{1}{2^K}+\frac{1}{2^{K+1}}=1+\frac{-2+1}{2^{K+1}}=1-\frac{1}{2^{K+1}}$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) |
| ۲ | $x^2+y^2\geq 2(x+y-1)\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y+2\geq 0\Leftrightarrow x^2+1-2x+y^2-2y+1\geq 0=(x-1)^2+(y-1)^2\geq 0$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)<br>همواره برقرار است. |
| ۳ | از برهان خلف استفاده می کنیم پس اگر $1+\sqrt{3}$ اصم نباشد آنگاه گویا ست: (۰/۲۵)<br>$\begin{cases}a,b\in z\\ b\neq 0\end{cases}$ $\quad 1+\sqrt{3}=\frac{a}{b}$ (۰/۲۵) $\quad \sqrt{3}=\frac{a}{b}-1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \sqrt{3}=\frac{a-b}{b}$ (۰/۲۵) $\quad \sqrt{3}=\frac{p}{q}$ تناقض (۰/۲۵) |
| ۴ | هر سال ۳۶۵ روز است اگر دانش آموزان را به منزلهٔ کبوتر و روزهای سال را به منزلهٔ لانهٔ کبوتر در نظر بگیریم $800>365$ طبق اصل لانه کبوتر، (۰/۲۵)<br>$800 \,\vert\, \frac{365}{2}$ (۰/۲۵) $\quad 2+1=3$<br>حداقل ۳ دانش آموز در یک روز سال متولد شده اند (۰/۵) |
| ۵ | $k\ ,k'\in Z$ $\quad 7(2k)+2k'+1=14k+2k'+1=2(\underbrace{7k+k'}_{q})+1=2q+1$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) |
| ۶ | طرف اول $=(A\cup B)-(B\cup C)=(A\cup B)\cap(B\cup C)'=(A\cup B)\cap(B'\cap C')=[(A\cup B)\cap B']\cap C'$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)<br>طرف دوم $=[(A\cap B')\cup(B\cap B')]\cap C'=[(A\cap B')\cup\phi]\cap C'=(A\cap B')\cap C'=(A-B)-C$<br>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) |
| ۷ | $A=\left\{\frac{1}{4},1,4\right\}$ (۰/۲۵) $\quad B=\{-1,0,1\}$ (۰/۲۵)<br>$A\times B=\{(x,y)\mid x\in A\ ,\ y\in B\}\qquad A^2=\{(x,y)\mid x\in A\ ,\ y\in A\}$<br>$A\times B=\left\{(\frac{1}{4},-1),(\frac{1}{4},0),(\frac{1}{4},1),(1,-1),(1,0),(1,1),(4,-1),(4,0),(4,1)\right\}$ (۰/۲۵)<br>$A^2=\left\{(\frac{1}{4},\frac{1}{4}),(\frac{1}{4},1),(\frac{1}{4},4),(1,\frac{1}{4}),(1,1),(1,4),(4,\frac{1}{4}),(4,1),(4,4)\right\}$ (۰/۲۵)<br>$A\times B-A^2=\left\{(\frac{1}{4},-1),(\frac{1}{4},0),(1,-1),(1,0),(4,-1),(4,0)\right\}$ (۰/۲۵)<br>  <br>رسم شکل (۰/۲۵) |
| | «ادامه در صفحه‌ی دوم» |



www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی و فیزیک |
|---|---|
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی |

| ردیف | راهنمای تصحیح |
|---|---|

**۸**

**الف)** $(x\ ,\ y)R(z\ ,\ t)\Leftrightarrow x^{۳}-t^{۲}=z^{۳}-y^{۲}$

$(x\ ,\ y)\ R\ (x\ ,\ y)\Leftrightarrow x^{۳}-y^{۲}=x^{۳}-y^{۲}$ (۰/۲۵) (۱)

$$\begin{cases}(x\ ,\ y)\ R\ (z\ ,\ t)\Leftrightarrow x^{۳}-t^{۲}=z^{۳}-y^{۲}\\(z\ ,\ t)\ R\ (x\ ,\ y)\Leftrightarrow z^{۳}-y^{۲}=x^{۳}-t^{۲}\end{cases}$$ (۰/۵) (۲)

$$\begin{cases}(x\ ,\ y)\ R\ (z\ ,\ t)\ \text{و}\ (z,t)\ R\ (m\ ,\ n)\Rightarrow(x\ ,\ y)\ R\ (m\ ,\ n)\\x^{۳}-t^{۲}=z^{۳}-y^{۲}\\z^{۳}-n^{۲}=m^{۳}-t^{۲}\end{cases}$$ طرفین را جمع می کنیم $x^{۳}-t^{۲}+z^{۳}-n^{۲}=z^{۳}-y^{۲}+m^{۳}-t^{۲}$

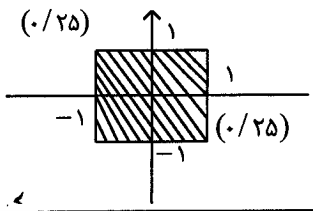
$\Rightarrow x^{۳}-n^{۲}=m^{۳}-y^{۲}$ (۰/۵) (۳)

از (۱) و (۲) و (۳) نتیجه می گیریم $R$ یک رابطه‌ی هم ارزی است.

**ب)** $[(-۲\ ,\ ۳)]=\{(x\ ,\ y)\mid(x\ ,\ y)\ R\ (-۲\ ,\ ۳)\}=\{(x\ ,\ y)\mid x^{۳}-۳^{۲}=(-۲)^{۳}-y^{۲}\Rightarrow x^{۳}+y^{۲}=۱\}$ (۰/۵)

**۹**

$R=\{(x,y)\in R^{۲}\mid -۱\le x\le ۱\ ,\ -۱\le y\le ۱\}$ (۰/۲۵)



(۰/۲۵)

**۱۰**

**الف)** $S=\{(ب\ ,\ ۱),(ب\ ,\ ۲),(ب\ ,\ ۳),(ب\ ,\ ۴),(ب\ ,\ ۵),(ب\ ,\ ۶),(پ\ ,\ ر),(ر\ ,\ ر),(پ\ ,\ پ),(ر\ ,\ پ),(پ\ ,\ پ)\}$ (۰/۵)

**ب)** $A=\{(ب\ ,\ ۱),(ب\ ,\ ۲),(ب\ ,\ ۳),(ب\ ,\ ۴),(ب\ ,\ ۵),(ب\ ,\ ۶),(پ\ ,\ ر),(ر\ ,\ پ),(پ\ ,\ پ)\}$ (۰/۵)

**ج)** $B=\{(پ\ ,\ ر)\ ,\ (ر\ ,\ پ)\ ,\ (پ\ ,\ پ)\}$ (۰/۵)

**د)** $B'=\{(ب\ ,\ ۱),(ب\ ,\ ۲),(ب\ ,\ ۳),(ب\ ,\ ۴),(ب\ ,\ ۵),(ب\ ,\ ۶),(ر\ ,\ ر,پ)\}$ (۰/۲۵)

$A\cap B'=\{(ب\ ,\ ۱),(ب\ ,۲),(ب\ ,\ ۳),(ب\ ,\ ۴),(ب\ ,\ ۵),(ب\ ,\ ۶)\}$ (۰/۲۵)

**۱۱**

$n(s)=\binom{۱۵}{۳}$ (۰/۲۵) **الف)** $P(A)=\dfrac{\binom{۱۰}{۳}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۲۵) **ب)** $P(B)=\dfrac{\binom{۵}{۱}\binom{۱۰}{۲}}{\binom{۱۵}{۳}}$ (۰/۵)

**۱۲**

$P(۲)=P(۴)=P(۶)=W\qquad P(۱)=P(۳)=P(۵)=۵W$ (۰/۲۵)

$P(۱)+P(۲)+P(۳)+P(۴)+P(۵)+P(۶)=۱$ (۰/۲۵)

$۵W+W+۵W+W+۵W+W=۱$ (۰/۲۵) $\quad ۱۸W=۱\quad W=\dfrac{۱}{۱۸}$ (۰/۲۵)

$P(۱)=P(۳)=P(۵)=۵(\dfrac{۱}{۱۸})=\dfrac{۵}{۱۸}$ (۰/۲۵) $\qquad P(۲)=P(۴)=P(۶)=\dfrac{۱}{۱۸}$ (۰/۲۵)

« ادامه در صفحه سوم »

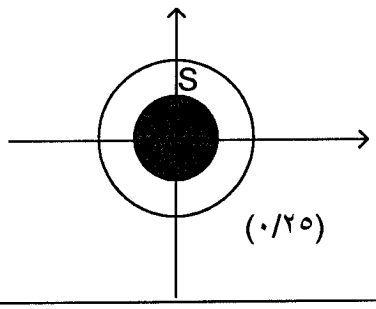


www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

| راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال | رشته: ریاضی و فیزیک |
|---|---|
| سال سوم آموزش متوسطه | تاریخ امتحان: ۱۳۸۴/۳/۳ |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خرداد ماه) سال ۱۳۸۴ | اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی |

| ردیف | راهنمای تصحیح |
|---|---|
| ۱۳ | $a(s)=\pi R^2=\pi(2^2)=4\pi$ (۰/۵)<br>$a(A)=\pi R^2=\pi(1^2)=\pi$ (۰/۲۵)<br>$P(A)=\frac{a(A)}{a(s)}=\frac{\pi}{4\pi}=\frac{1}{4}$ (۰/۵)<br>  <br><br>(۰/۲۵) |
| ۱۴ | $P(A)=\frac{\binom{10}{7}}{2^{10}}$ (۰/۵) |
| ۱۵ | می دانیم (۰/۲۵) $A=(A-B)\cup(A\cap B)$<br>$=(A\cap B')\cup(A\cap B)$ (۰/۲۵)<br>از طرفی دو پیشامد $A\cap B'$ و $A\cap B$ از هم جدا هستند. لذا داریم :<br>$P(A)=P(A\cap B')+P(A\cap B)$ (۰/۲۵)<br>$P(A\cap B')=P(A)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵) |
| ۱۶ | الف) $P(A')=\frac{3}{8}\Rightarrow P(A)=1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ (۰/۲۵)<br>$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)<br>$\frac{6}{8}=\frac{5}{8}+P(B)-\frac{1}{3}$ (۰/۲۵)<br>$P(B)=\frac{11}{24}$ (۰/۲۵)<br>ب) $P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)<br>$P(B-A)=\frac{11}{24}-\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{11-8}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$ (۰/۲۵) |
| | جمع نمره ۲۰ |

**همکار محترم ضمن عرض خسته نباشید ، لطفاً راه حل های صحیح دیگر را به تناسب بارم بندی نمایید.**



www.alm.loxblog.com